平成 27 年度

卒業論文

超伝導体の電界 - 電流密度特性の評価における計算最適化

原田 將敬

(学籍番号:14232206)

九州工業大学 情報工学部

電子情報工学科

木内研究室

平成 28 年 2 月 18 日

目次

図目次

表目次

第 1 章　序論

1.1　はじめに

現在、超伝導体といえば 2027 年に開業予定の東京-名古屋間を結ぶリニアモーターカーに利用されていることで知られている。また、MRI(Magnetic Resonance Imaging：核磁気共鳴画像法)や SQUID(Superconducting Quantum Interference Device：超伝導量子干渉計)などにも超伝導体は使われている。この他にも様々な分野での超伝導体の応用が期待されている。

超伝導が初めて発見されたのは 20 世紀初頭であり歴史はそれほど深くない。1908 年にオランダの Leiden 大学の Kamerlingh Onnes が世界で初めてヘリウムの液化に成功し、1911 年に液体ヘリウムを用いて水銀の電気抵抗を測定する過程において、4 K 近傍で電気抵抗が測定不可能な程までに小さくなることを発見した[1]。 1933 年には Fritz Walther Meissner によって超伝導体の完全反磁性が発見された。これを Meissner 効果という。電気抵抗 0 と完全反磁性の 2 つの現象を超伝導現象といい、一定条件下で超伝導現象を示す物質を超伝導体という。水銀での超伝導現象が発見されてから長い間超伝導体が実用化されることはなく、現象論として London 理論、Ginzburg-Landau 理論などが発表されたが超伝導現象の本質的なメカニズムは解明されずにいた[1][2]。しかし、1957 年に John Bardeen、Leon Neil Cooper、John Robert Schrieffer によって提唱された BCS 理論によって超伝導状態は Fermi 準位近傍の電子が対を形成し、凝縮を起こしたものであることが明らかになった。BCS 理論では超伝導体が超伝導状態から常伝導状態に移行する温度、すなわち臨界温度T_cは 30 K を超えないと考えられていたが、1986 年に Johannes Georg Bednorz と Karl Alex Müller によりT_cが 30 K を超える超伝導体 La 系銅酸化物超伝導体が発見された[2][3]。その後これをきっかけとして、さらに高い臨界温度の Y 系、Bi 系、Tl 系、Hg 系などの超伝導体が発見された[3]。これらの超伝導体は銅酸化物超伝導体または高温超伝導体と呼ばれ、液体窒素温度(77 K)以上のT_cを持つものも発見されている。このことから、銅酸化物超伝導体の冷却コストの低減が見込まれており、実用化に向けての研究が進められている。

近年では、MgB_2のT_cが 39 K と金属系の化合物としては非常に高いことが発見される、鉄系超伝導体からT_cが 50 K を超えるものが発見されるなど、盛んに研究が行われている。

1.2　磁束ピンニング

超伝導体は第一種超伝導体と第二種超伝導体に分類される。第一種超伝導体では臨界温度T_{c}以下の温度で超伝導状態となり完全反磁性を示すが、外部から磁場を加え続け臨界磁界B_{c}を超えると超伝導状態は消失し、常伝導状態へと転移する[1]。

一方、第二種超伝導体には臨界磁界が下部臨界磁界B_{c1}と上部臨界磁界B_{c2}の二つの領域がある。B_{c1}までは第一種超伝導体と同様に完全反磁性を示すが、B_{c1}を超えてからも磁界を大きくしていくと超伝導内に磁束の侵入を許し、部分的に超伝導状態と常伝導状態が混合した状態となる。B_{c2}までは混合状態となるが、それを超えると超伝導状態は消失する[1]。一般に第一種超伝導体のB_{c}に比べ、第二種超伝導体のB_{c2}は非常に高い値を有しているため第二種超伝導体は応用に適している[2]。

混合状態では磁束の侵入があると述べたが、この状態の場合に電流を流すとどのようなことが起きるか考えてみる。図 1.1 に示すように侵入した磁束線は、電流を流すと Lorentz 力$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}$を受けて動こうとする。$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}$は超伝導体に流れる電流密度$\boldsymbol{J}$と侵入した磁束密度$\boldsymbol{B}$を用いて

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} \tag{1.1}$$

で表される[2]。磁束線が$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}$を受けて速度$\boldsymbol{v}$で動いたとすると、電磁誘導により

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v} \tag{1.2}$$

の誘導起電力が超伝導体内に生じる。電圧が発生しているということは、つまり超伝導体に電力損失$(\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{J} > 0)$があるということになる。

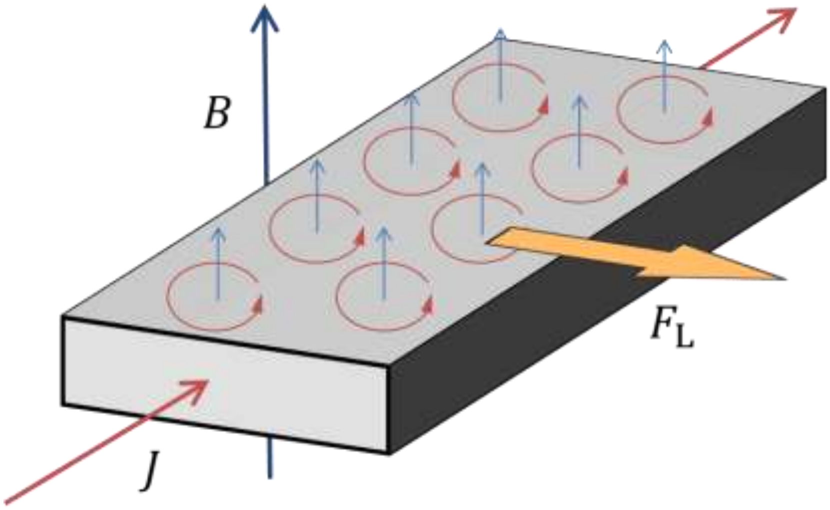

図 1. 1: 磁場中の超伝導体に通電した場合の状況。磁束線に対して矢印の方向に Lorentz 力が働く

このような電力損失を防ぐためには、Lorentz 力を打ち消すような力が働けばよいと考えられる。それによって侵入した磁束線の動きを止めることができ($\boldsymbol{v}=0$)、電磁誘導で発生する誘導起電力は

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{v}=0 \tag{1.3}$$

となるので、

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{J}=0 \tag{1.4}$$

となり、電力損失を防ぐことが可能になる。このような電力損失を防ぐ作用を磁束ピンニングといい、Lorentz 力がある臨界値を超えるまで磁束線の動きを止めることができる。転移、常伝導析出物、空隙、結晶粒界などのあらゆる欠陥(超伝導状態にならない部分)が磁束ピンニングの作用となる[1]。こうした欠陥をピンニング・センターといい、単位体積当たりのピンニング・センターが磁束線に及ぼす力をピン力密度といい$\boldsymbol{F}_\mathrm{p}$で表す。

$$JB=|\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}| \tag{1.5}$$

とすると、JBが$\boldsymbol{F}_\mathrm{p}$の最大値を超えなければ電界は発生しない。しかし、誘導起電力が生じ始める臨界電流密度J_cの下では磁束線には単位体積当たりの$J_\mathrm{c}B$の Lorentz 力が働いていて、これが図 1.2 の概略図のようにピン力密度と釣り合っている。

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{p}=\boldsymbol{F}_\mathrm{L}=\boldsymbol{J_c}\boldsymbol{B} \tag{1.6}$$

従って、式(1.6)より

$$J_\mathrm{c}=\frac{F_\mathrm{p}}{B} \tag{1.7}$$

の関係があることが分かる。F_pの強さは材料固有ではないため、後天的に上昇さ

せることができるパラメータである。よって、F_pを強くすることによって、J_cを向上させることが可能になることが式(1.7)より分かる[1][2]。

上記でも述べたようにピンニング・センターは超伝導体内にある欠陥である。つまり、人工的に欠陥を加えることでピンニング・センターとして働くことが分かる。現在、ピンニング・センターを人工的に加えることで大きなJ_cを得ることが研究されている。

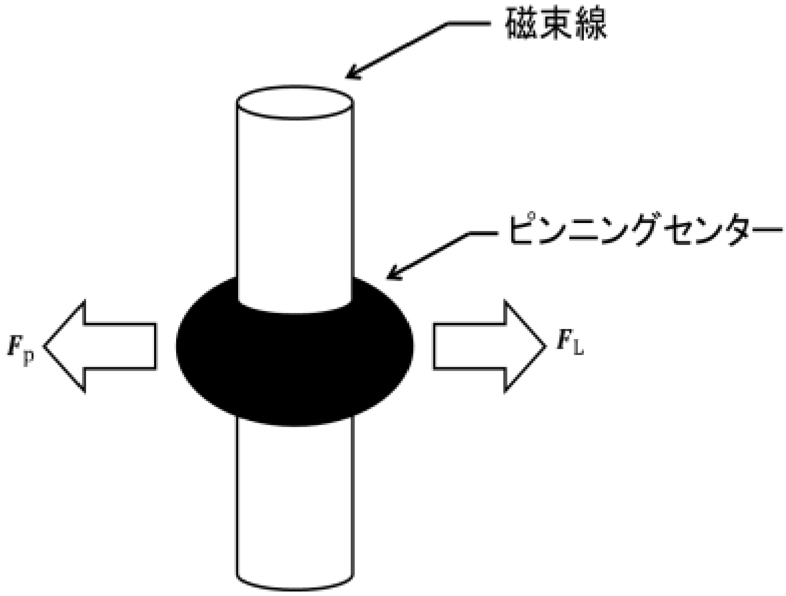

図 1. 2: Lorentz 力$\boldsymbol{F}_\mathrm{L}$とピン力密度$\boldsymbol{F}_\mathrm{p}$の釣り合いの概略図

1.3　磁束クリープ・フローモデル

電界 - 電流密度の評価方法として、磁束クリープ・フローモデルがある。この節では、磁束クリープ・フローモデルについて述べていく。

1.3.1　磁化の緩和

超伝導体は抵抗なしに電流を流すことができるという特徴を持つ。理論的には超伝導体の外部環境が一定であれば、超伝導体に流れる電流は減衰しないと考えられる。しかし、超伝導試料の直流磁化を長時間にわたって測定すると、わずかであるが図 1.3 のように減衰することが知られている。つまり、遮蔽電流は完全に一定の値ではなく、時間とともに減衰しており、ピンニングに基づく超伝導電流が真の永久電流ではないことを示している。これは超伝導体内にピン止めされていた磁束線が熱的撹乱によって外れてしまうためである。つまり、ピン止めされた磁束の状態は真の平衡状態ではなく一時的な安定状態でしかな

い。そのため真の平衡状態へ向けての緩和、すなわち遮蔽電流の減衰が起こる。このような減衰を磁化の緩和という[3]。 また、酸化物超伝導体は高温で使用されるため磁束ピンニングが弱く、従来の金属超伝導体と比較しても高い磁化の緩和をもたらしてしまう[7]。よって、銅酸化物超伝導体などの臨界温度の高い超伝導体を実用化するためには、磁化の緩和は重要な要因である。磁化の緩和を説明する現象として磁束クリープと磁束フローがある。次節では磁束クリープについて述べていく。

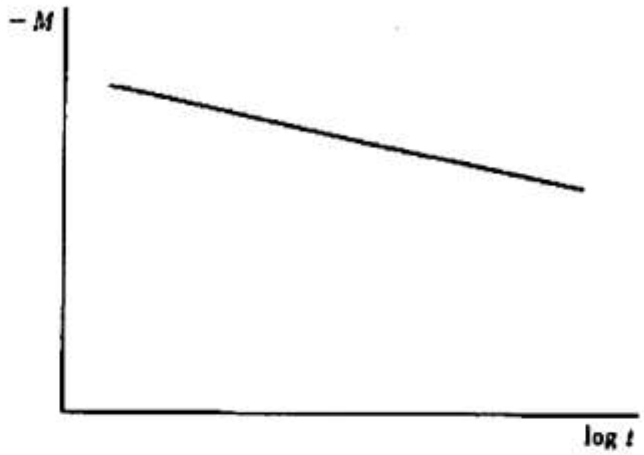

図 1. 3: 直流磁化の緩和[3]

1.3.2　磁束クリープ

磁束線がピンニング・センターから外れて磁束線が動く運動を磁束クリープといい、磁束クリープが熱的攪乱によって発生することは Anderson と Kim によって明らかにされている。熱的攪乱による磁束線の運動は連続的ではなく、一部の不連続なものであると考えられている。この運動する磁束線の集団を磁束バンドルという[3]。

電流が流れている状態での一つの磁束バンドルについて考える。その磁束バンドルは Lorentz 力により移動すると考えられる。図 1.4 に磁束バンドルとエネルギーの関係の概略図を示す。図 1.4 が全体として右下がりになっているのは Lorentz 力による仕事を考慮しているためである。また点 A はピン止めされている磁束バンドルの状態である。磁束バンドルがピンニング・センターから外れるためにはエネルギー・バリヤUを越えなければならない。熱的攪乱がなければ図 1.4 の状態が安定である。

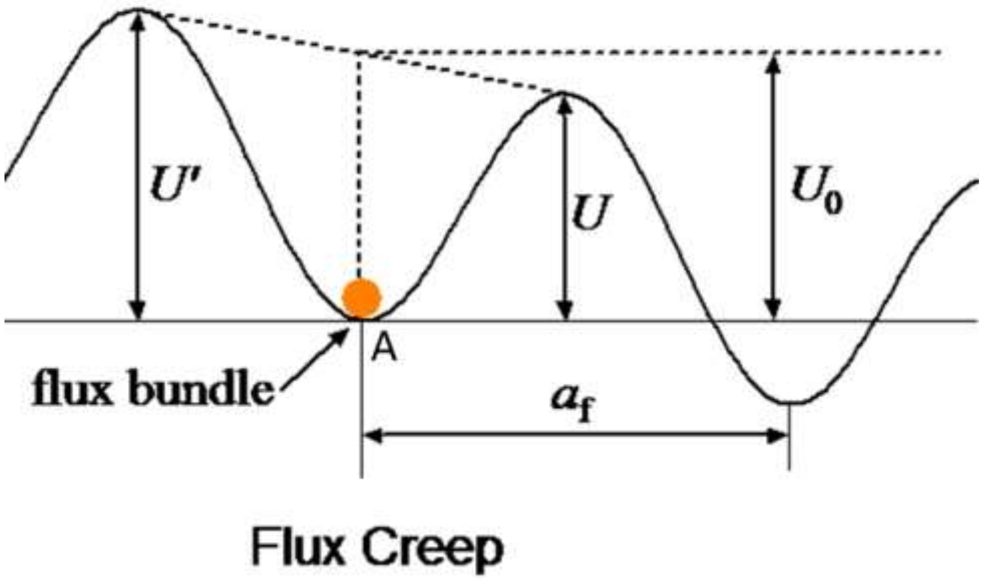

図 1. 4: 磁束バンドルの位置とエネルギーの関係

磁束バンドルが点 A の位置からUを越える確率は Arrhenius の式より $\exp(-U/k_\mathrm{B}T)$で与えられる。ここでk_Bはボルツマン定数で$k_\mathrm{B}T$は熱エネルギーである[4]。 超伝導体に侵入した磁束線は格子間隔a_fの三角格子を組むことから、エネルギー・バリヤを越えた磁束バンドルは次の準安定状態になるためにa_f移動すると考えられる。したがって、磁束バンドルの熱振動周波数をν_0とすると Lorentz 力方向の平均の磁束バンドルの移動速度v_+は

$$v_+ = a_\mathrm{f}\nu_0 \exp\left(\frac{U}{k_\mathrm{B}T}\right) \tag{1.8}$$

となる。また、Lorentz 力とは逆方向の平均の磁束バンドルの移動速度を考慮すると、全体としての平均の磁束バンドルの移動速度vは

$$v = a_\mathrm{f}\nu_0 \exp\left[\exp\left(\frac{U}{k_\mathrm{B}T}\right) - \exp\left(\frac{U'}{k_\mathrm{B}T}\right)\right] \tag{1.9}$$

となる。ν_0とa_fはそれぞれ

$$\nu_0 = \frac{\zeta\rho_\mathrm{f}J_\mathrm{c0}}{2\pi a_\mathrm{f}B} \tag{1.10}$$

$$a_\mathrm{f} = \left(\frac{2\varphi_0}{\sqrt{3}B}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.11}$$

で与えられる[7]。 ここで、ζはピンニング・センターの種類に依存する定数であり、

・点状のピンニング・センターの場合：$\zeta = 2\pi$ [7]

・ピンニング・センターがa_{f}以上の非超伝導粒子の場合：$\zeta = 4$ [8]

であることが知られている。φ_0は量子化磁束であり、ρ_{f}はフロー比抵抗である。また、J_{c0}は磁束クリープのない場合の仮想的な臨界電流密度である。J_{c0}は経験的に

$$J_{\mathrm{c0}} = A\left[1-\left(\frac{T}{T_{\mathrm{c}}}\right)^2\right]^m B^{\gamma-1}\left(1-\frac{B}{B_{\mathrm{c2}}}\right)^{\delta} \tag{1.12}$$

であると表現できる。ここで、Aはピンの強さ、m及びγはピンニングパラメータと呼ばれるパラメータであり、δはスケール測内の次数である。

したがって式(1.2)の関係より、生じる電界の大きさは

$$\mathrm{E} = \mathrm{B}a_{\mathrm{f}}\nu_0 \exp\left[\exp\left(-\frac{U}{k_{\mathrm{B}}T}\right)-\exp\left(\frac{U'}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right] \tag{1.13}$$

となる[4]。式(1.13)より電界が発生しているので超伝導体に電気抵抗が発生していることが分かる。このため、遮蔽電流が時間とともに減衰し、磁化の緩和が起こる。

図 1.4 に示しているような正弦洗濯板状ポテンシャルにおいて、$U(j)$の電流密度依存性について考える。ここでjは$j = J/J_{\mathrm{c0}}$で与えられる正規化された電流密度である。洗濯板状ポテンシャルは

$$F(x) = \frac{U_0}{2}\sin kx - fx \tag{1.14}$$

と仮定される。ここで、$k = 2\pi/a_{\mathrm{f}}$と$f = JBV$は磁束バンドルに働くローレンツ力であり、ここでVは磁束バンドルの体積である[4]。

磁束バンドルが平衡位置にある時を$x = -x_0$とし、$x = x_0$のときのエネルギーが極大となる。つまり、それぞれの位置でのエネルギーの変化はゼロとなるので、$F'(x)$は 0 となる。これにより

$$x_0 = \frac{a_{\mathrm{f}}}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{fa_{\mathrm{f}}}{U_0\pi}\right) \tag{1.15}$$

が求まる。従ってエネルギー・バリヤは$U = F(x_0) - F(-x_0)$から得られ、

$$\begin{aligned} U &= U_0\sin\left[\cos^{-1}\left(\frac{fa_{\mathrm{f}}}{U_0\pi}\right)\right] - \frac{fa_{\mathrm{f}}}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{fa_{\mathrm{f}}}{U_0\pi}\right) \\ &= U_0\left[\left\{1-\left(\frac{2f}{U_0k}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{2f}{U_0k}\cos^{-1}\left(\frac{2f}{U_0k}\right)\right] \end{aligned} \tag{1.16}$$

と表される。ただし、ここで$\sin(\cos^{-1}x) = \sqrt{1-x^2}$を用いた[2]。熱揺動がない場合、仮想的な臨界状態が達成され$U = 0$が得られる。この場合、x_0は 0 に等し

く、$2f/U_0k=1$を満たさなければならない。よってJとJ_{c0}は等しいといえ、さらに次の関係が得られる。

$$\frac{2f}{U_0k}=\frac{J}{J_{c0}}\equiv j \tag{1.17}$$

式(1.9)は

$$U(j)=U_0\left[(1-j^2)^{1/2}-j\cos^{-1}j\,\right] \tag{1.18}$$

となる。ここで、$k=2\pi/a_{\mathrm{f}}$と式(1.10)より

$$U'(j)\cong U+fa_{\mathrm{f}}=\pi U_0 j \tag{1.19}$$

となる。この関係を用いると式(1.6)は

$$E=Ba_{\mathrm{f}}v_0\exp\left[-\frac{U(j)}{k_{\mathrm{B}}T}\right]\left[1-\exp\left(\frac{\pi U_0 j}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right] \tag{1.20}$$

と書ける。これは磁束クリープによって発生する電界である[4]。

1.3.3　ピン・ポテンシャル

　ピンニング・センターの持つポテンシャルは磁束クリープによる超伝導電流の緩和や不可逆曲線を決定する上で重要である。ピン・ポテンシャルエネルギーは、磁束線の単位体積当たりの平均ピン・ポテンシャル$\widehat{U}_0$と磁束バンドルの体積Vの積で表され、

$$U_0=\widehat{U}_0V \tag{1.21}$$

となる。ここで、$\widehat{U}_0$は

$$\widehat{U}_0=\frac{\alpha_{\mathrm{L}}d_{\mathrm{i}}^2}{2} \tag{1.22}$$

で表される。ただし、α_{L}は Labusch パラメータといい、ピンニングの強さを表している変化率である[4]。また、d_{i}は磁束線の運動が可逆であるピンからの距離であり相互作用距離と呼ばれる量であり、

$$d_{\mathrm{i}}=\frac{a_{\mathrm{f}}}{\zeta} \tag{1.23}$$

として与えられる[1]。

$J_{\mathrm{c}}\to J_{\mathrm{c0}}$とすると、ピン力密度$F_{\mathrm{p}}$とは

$$F_{\mathrm{p}}=J_{\mathrm{c0}}B \tag{1.24}$$

$$= \alpha_{\mathrm{L}} d_{\mathrm{i}}$$

の関係がある。以上の式を整理すると

$$U_0 = \frac{J_{\mathrm{c0}} B a_{\mathrm{f}} V}{2\zeta} \tag{1.25}$$

と表される。式(1.8)より、U_0の値の決定にはピン力の強さだけでなく、磁束バンドルの体積が重要であるであることが分かる。

磁束バンドルのサイズはピンニング相関距離によって与えられる。磁束線の平行(縦)方向及び垂直(横)方向の相関距離をそれぞれL、Rとすると磁束バンドルの体積が決定される。横方向の相関距離Rは

$$R = \left(\frac{C_{66}}{\alpha_{\mathrm{L}}}\right)^{1/2} \tag{1.26}$$

で表され、横方向の相関距離Lは

$$L = \left(\frac{C_{44}}{\alpha_{\mathrm{L}}}\right)^{1/2} \tag{1.27}$$

で表される[4]。

ここで、C_{66}は磁束格子の状態に依存する磁束線の共有率であり、磁束線が完全な三角格子の場合は

$$C_{66}^{0} = \frac{B_{\mathrm{c}}^{2} B}{4\mu_0 B_{\mathrm{c2}}} \left(1 - \frac{B}{B_{\mathrm{c2}}}\right)^2 \tag{1.28}$$

となる。また、C_{44}は磁束線の曲げ歪みに対する弾性定数であり

$$C_{44} = \frac{B^2}{\mu_0} \tag{1.29}$$

で与えられる[1]。

磁束バンドルの体積を求めることで式(1.18)よりU_0を求めることができる。磁束バンドルの体積は図 1.5 のような模式図で表せる。

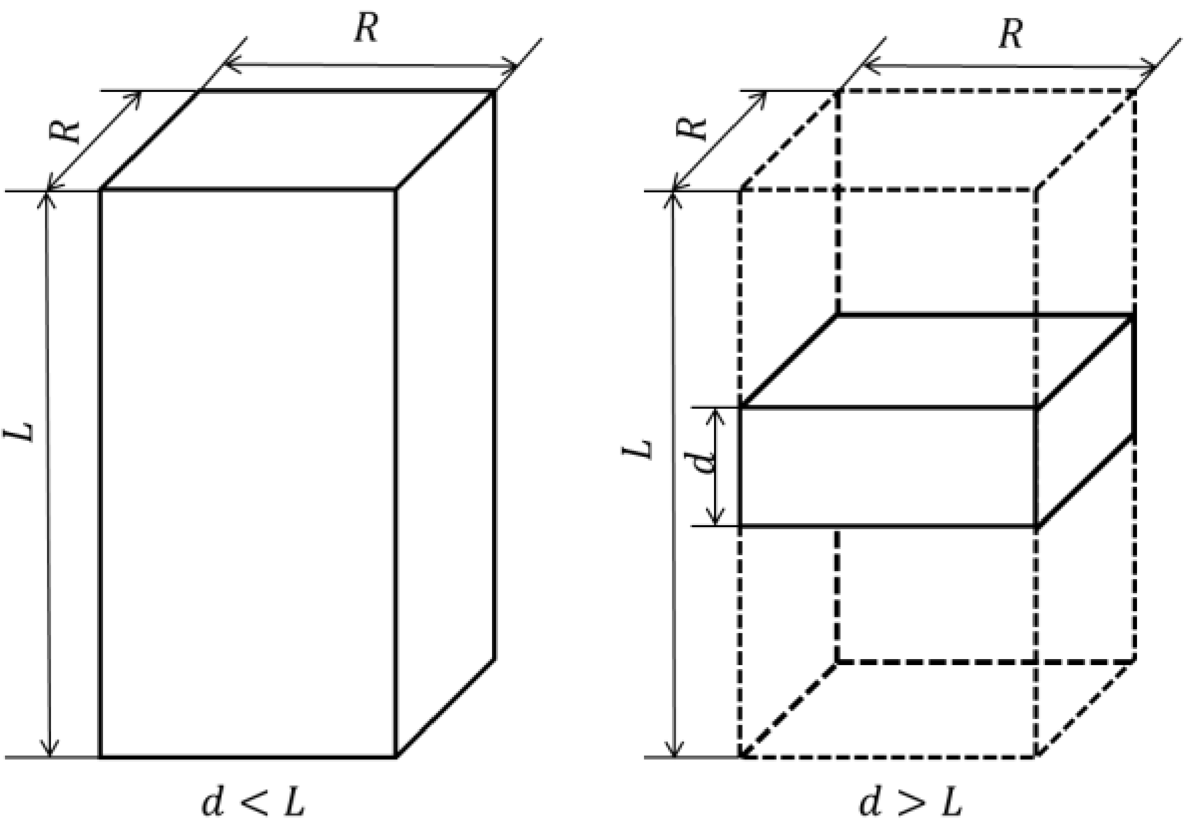

図 1. 5: 磁束バンドルの平行方向の距離と超電導層の厚さの関係

Lは超伝導層dが薄い場合には、その厚さに制限されることがあるため、平行方向のバンドルサイズは$d < L$と$d > L$の時でそれぞれ異なる。

また、Rは磁束格子間距離a_{f}に等しいか、その数倍であると考えられており

$$R = g a_{\mathrm{f}} \tag{1.30}$$

と表せられる[4]。ただし、g^2は磁束バンドル中の磁束線の数である。g^2は、式(1.19)と式(1.23)を用いて

$$g^2 = \frac{C_{66}}{\zeta J_{\mathrm{c0}} B a_{\mathrm{f}}} \tag{1.31}$$

と与えられる。また、完全格子を組んだ際のg^2の値をg_{e}^2とすると、

$$g_{\mathrm{e}}^2 = \frac{C_{66}^0}{2\pi J_{\mathrm{c0}} B a_{\mathrm{f}}} \tag{1.32}$$

と表される[9]。C_{66}の値は磁束格子の条件に大きく依存し、最大値C_{66}^0から 0 まで変化するため、磁束バンドルのサイズを決定する方法はない。従って、g^2は熱力学的な原理から磁束クリープ下でのJ_{c}が最大となるように決定すると考えられ、

$$g^2 = g_{\mathrm{e}}^2 \left[\frac{5k_{\mathrm{B}}T}{2U_{\mathrm{e}}} \log\left(\frac{Ba_{\mathrm{f}}v_0}{E_{\mathrm{c}}} \right) \right] \tag{1.33}$$

が得られる。このとき、U_{e}は$g^2 = g_{\mathrm{e}}^2$の時のU_0の値である[4]。

上記でも述べたように平行方向の磁束バンドルサイズは$d < L$と$d > L$の時でそれぞれ異なる。

超伝導体の厚さが薄膜のように薄い$d < L$である場合、平行方向の磁束バンドルサイズはdとなる。よって、磁束バンドルの体積は

$$V = dR^2 \tag{1.34}$$

となり、U_0は

$$U_0 = \frac{4.23g^2 k_{\mathrm{B}} J_{\mathrm{c0}} d}{\zeta B^{1/2}} \tag{1.35}$$

となる[4]。

一方、バルク超伝導体のようにサイズが$d > L$である場合、平行方向の磁束バンドルのサイズはLとなる。よって、磁束バンドルの体積は

$$V = LR^2 \tag{1.36}$$

となり、U_0は

$$U_0 = \frac{0.835g^2 k_{\mathrm{B}} J_{c0}^{1/2}}{\zeta^{3/2} B^{1/4}} \tag{1.37}$$

となる[4]。

1.3.4　磁束フロー

磁束フローとは、磁束クリープ状態からさらに電流を流したときに、ピン力がLorentz力を支えきれなくなり、すべての磁束線が連続的に運動している状態である[2]。図 1.6 に磁束フローの概念図を示す。

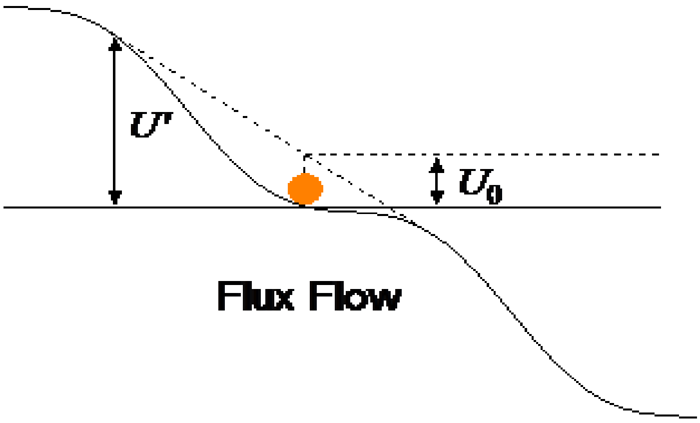

図 1. 6: 磁束フローのエネルギーの状態

磁束フローによって発生する電界のみ評価するため、磁束クリープがない状態を仮定する。1.2 章で述べたように超伝導体に電流が流れて、外部磁界が加わっているとき単位体積当たりの磁束線に働くLorentz力は$\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}$で与えられる。一方、ピン力密度$F_{\mathrm{p}}$はLorentz力とは反対方向に働く。磁束線の運動方向を表す方向ベクトルを$\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{v}/|\boldsymbol{v}|$とすると、仮想的な静的状態でのつり合いの式は

$$\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} - \boldsymbol{\delta} F_{\mathrm{p}} = 0 \tag{1.38}$$

となる。$U = 0$となるとき臨界状態であると考えられるため$|J| = J_{c0}$となり、F_{p}は最大値を取り、$J_{\mathrm{c0}} = F_{\mathrm{p}}/B$の関係が得られる。

J_{c0}を越える電流密度を流した場合のつり合いの式は、磁束フローの影響を考慮する必要がある。粘性力を考慮し式(1.31)に組み込むと

$$\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} - \boldsymbol{\delta} F_{\mathrm{p}} - \frac{B}{\varphi_0} \eta \boldsymbol{v} = 0 \tag{1.39}$$

となる。ここで、ηは粘性係数である。これに$J_{\mathrm{c}} = F_{\mathrm{p}}/B$及び$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}$の関係を用いて$J$について解くと

$$J = J_{\mathrm{c0}} + \frac{E}{\rho_{\mathrm{f}}} \tag{1.40}$$

となる。ここでフロー比抵抗$\rho_{\mathrm{f}} = B\varphi_0/\eta$である。式(1.33)を電界$E$について整理すると、

$$E = \rho_{\mathrm{f}}(J - J_{\mathrm{c0}}) \tag{1.41}$$

となり、磁束フローによる電界が求まる[2]。

1.3.5 磁束クリープ・フローモデル

これまで述べてきたように、電流が流れている超伝導体には磁束クリープまたは磁束フローによって電界が発生する。具体的には Lorentz 力がピン力の最大値を越えない場合つまり、$J \leq J_{\mathrm{c0}}$までは磁束フローによる電界E_{ff}は発生せず、磁束クリープによる電界E_{cr}のみ発生する。Lorentz 力がピン力の最大値を越えた場合$J > J_{\mathrm{c0}}$では磁束クリープによる影響は少なくなるが、磁束フローによる影響が大きくなる。

$$\frac{J}{J_{\mathrm{c0}}} = j \tag{1.42}$$

とした場合、$j \leq 1$における発生する電界は

$$E_{\mathrm{cr}} = \mathrm{B}a_{\mathrm{f}}\nu_0 \exp\left[-\frac{U(j)}{k_{\mathrm{B}}T}\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{\pi U_0 j}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right] \tag{1.43}$$

$$E_{\mathrm{ff}} = 0 \tag{1.44}$$

となる。

また、$j > 1$における発生する電界は

$$E_{\mathrm{cr}} = \mathrm{B}a_{\mathrm{f}}\nu_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi U_0}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right] \tag{1.45}$$

$$E_{\mathrm{ff}} = \rho_{\mathrm{f}}(J - J_{\mathrm{c0}}) \tag{1.46}$$

となる。

全体の電界E

$$E = \left(E_{\mathrm{cr}}^2 + E_{\mathrm{ff}}^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.47}$$

と近似的に与えられる[4]。

一般の酸化物超伝導体では、超伝導体内が不均一であるため、ピン力は幅広く分布していることが知られている[4]。ピン力の強さを表すパラメータAの分布を図 1.7 のように表現すると式は

$$f(A) = K \exp\left[-\frac{(\log A - \log A_\mathrm{m})^2}{2\sigma^2}\right] \tag{1.48}$$

となる。Kは規格化定数でありσ^2はピン力の分散、A_mはピン力Aの最頻値である。また、σ^2及びA_mはピンニングパラメータである。このようなAの分布を考慮すると、最終的に発生する電界は

$$E(J) = \int_0^\infty Ef(A)\mathrm{d}A \tag{1.49}$$

と表現できる[4]。

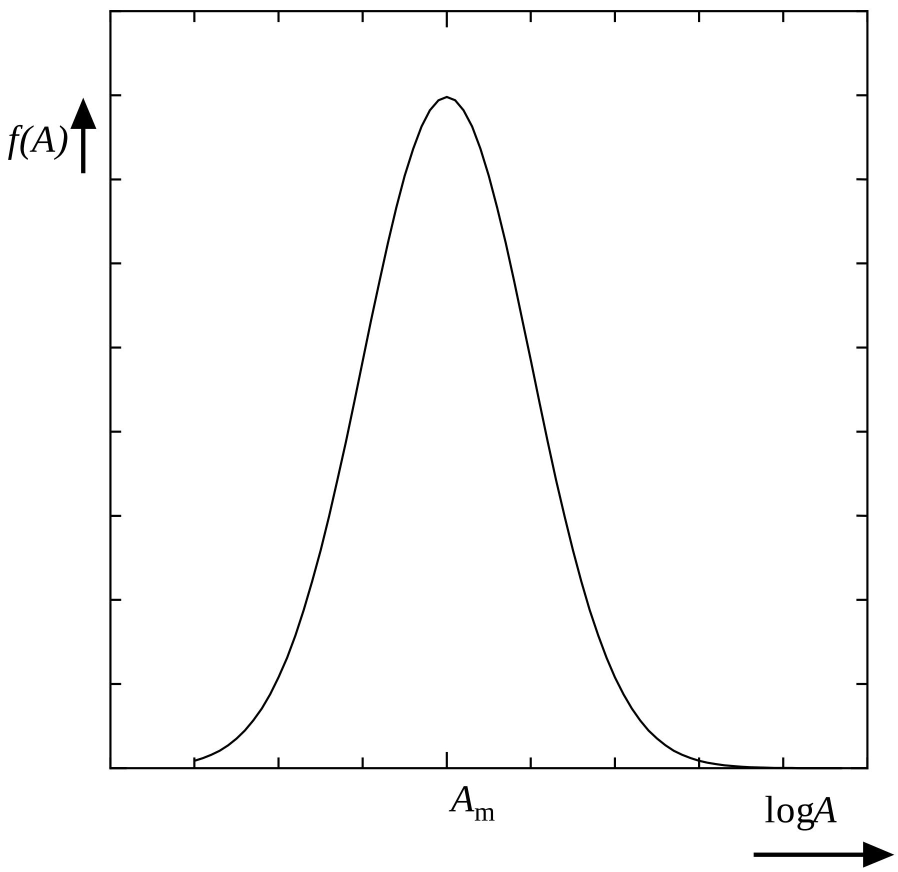

図 1. 7: ピン力Aの分布の概形

1.4　メッシュ法

磁束クリープ・フローモデルを利用するにあたって、ピンニングパラメータの決定は重要であるとされている。今回の研究では、ピンニングパラメータの決定にメッシュ法を用いている。

メッシュ法とは、あるパラメータの範囲を等間隔で分割し、いくつかのパラメータを多次元の格子状に組み合わせ、パラメータの全ての組み合わせを計算し、解を出すというものである[5]。

例として、A_{m}とσ^2の 2 種類のパラメータを使用し、2 次元の格子状に組み合わせたイメージ図を図 1.8 に示す。今回求めるピンニングパラメータは 4 つなので、4 次元の格子点が設けられる。

メッシュ法を用いる利点として、計算時間の把握が容易であるという点と、局所解に陥らないという点がある[5]。これまでピンニングパラメータの決定方法として遺伝的アルゴリズムや最急降下法アルゴリズムなどが用いられていた。これらは、最初に乱数を発生させてその値によって計算を行っているため、プログラムを実行するごとに計算量や計算時間が変化してしまう。しかし、メッシュ法では入力が一定であればプログラム実行毎の計算量は一定である。よって、計算時間の把握が容易になる。

また、遺伝的アルゴリズムや最急降下法アルゴリズムは初期点の決定が乱数に依存している。従って、初期点によっては局所解に陥る可能性がある。一方、メッシュ法は全体を一様に計算するため、局所解に陥る可能性はない[5]。

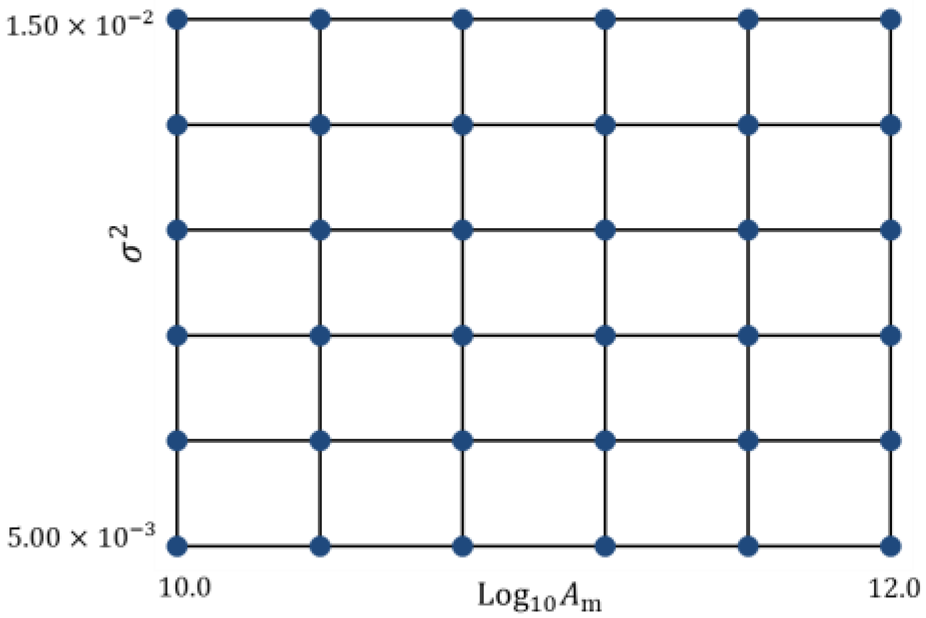

図 1. 8: 2 種類のパラメータを格子状に組み合わせた場合のイメージ図

1.5　シンプソン法

磁束クリープ・フローモデルの積分において、近似方法にはシンプソン法を用いている。シンプソン法とは、関数$f(x)$を近似する際、n次関数を用いることによって、誤差を減らしたものである。n次関数で近似するために、ラグランジュ補間を用いている。

ラグランジュ補間とは、$f(x)$上の$(n+1)$点を通るn次多項式$\mathrm{P_n}(x)$生成するものであり、$\mathrm{P_n}(x)$は

$$\mathrm{P_n}(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k)\, l_k(x) \tag{1.39}$$

で表される。このとき、$l_k(x)$は

$$l_k(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})\cdots(x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1)\cdots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\cdots(x_k - x_n)} \tag{1.40}$$

となる。今回は$n = 3$の場合について説明する。積分範囲を$a \leq x \leq b$とする。積分範囲を 3 等分にした幅をhとすると、ラグランジュ補間によって$\mathrm{P_3}(x)$を求めら

れる。これらを用いて$f(x)$についての積分を行うと、

$$
\begin{aligned}
\int_a^b f(x)\mathrm{d}x &\cong \int_a^b \mathrm{P}_3(x)\mathrm{d}x \\
&= \frac{3h}{8}[f(a)+3f(a+h)+3f(a+2h)+f(b)]
\end{aligned}
\tag{1.41}
$$

となる。この時の図を図 1.9 に示す。図 1.9 を見て分かるように、$\mathrm{P}_3(x)$のグラフと$f(x)$のグラフには大きな誤差がある。従って、bをaに近づけ、それを多数連ねることによって誤差を小さくしなければならない。よって、積分範囲$x_0 \le x \le x_n$の分割数をsとすることで

$$
\begin{aligned}
\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \cong \frac{3(x_0-x_n)}{8s}\Big[&f(a)+f(x_n) \\
&+\sum(3f(x_{3i+1})+3f(x_{3i+2})+2f(x_{3i}))\Big]
\end{aligned}
\tag{1.42}
$$

となる。

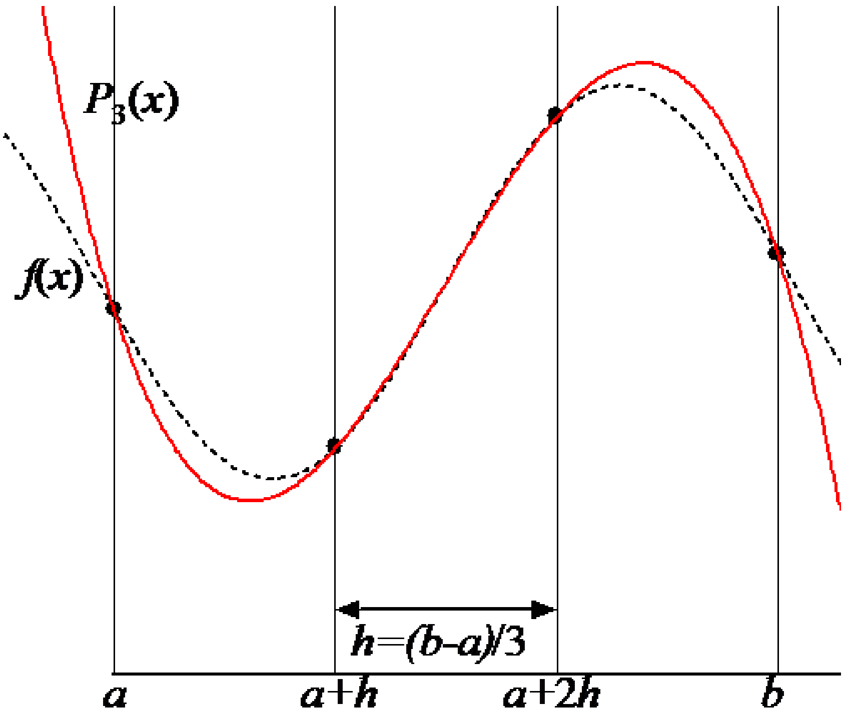

図 1. 9: 積分範囲を 3 等分した場合のシンプソン法

1.6　本研究の目的

超伝導機器の開発において、様々な磁界、温度においてどれくらいの電圧が超伝導体にかかるのか知ることが重要である。よって、超伝導体の性質、E-J特性を把握することが重要になってくる。この際、E-J特性を理論的に求めるモデルとして磁束クリープ・フローモデルが利用される。磁束クリープ・フローモデルを用いた計算において、最適なピンニングパラメータを推定する必要がある。この最適なパラメータを決定する計算を自動的に、かつ高速化させる研究が過去に行われてきた。例として、遺伝的アルゴリズム、最急降下法アルゴリズム、メッシュ法などの手法がある。これらの研究によって、計算を高速に行うことが可能になった。しかし、計算精度はあまり期待できるものではなかった。よって、本研究では、ピンニングパラメータの計算範囲に着目していく。この計算範囲を変更していき、計算速度を落とさずに計算精度を向上させていくことを本研究の目的とする

第 2 章　解析

2.1　精度評価

本研究では、メッシュ法を用いてピンニングパラメータの推定を行っている。この際、あるピンニングパラメータの組み合わせを用いて出力したE-J特性が実験で出力されたE-J特性にどれだけ近いかを求める。これによって、最も精度の高い場合のピンニングパラメータの組み合わせを決定する。精度の評価値をdとした場合dは、

$$d = \frac{1}{N}\sum\left[\log\left(E_{\mathrm{exp}}\right) - \log\left(E_{\mathrm{theo}}\right)\right]^2 \tag{2.1}$$

で求めることができる。dの値が小さいほど、精度は高くなる。このとき、E_{exp}は実験値、E_{theo}は理論値であり、Nはサンプル数である。電界 - 電流密度特性は両対数グラフを用いてプロットを行うことが主流であるため、対数軸上で評価を行う。精度評価を行う際の模式図を図 2.1 に示す。

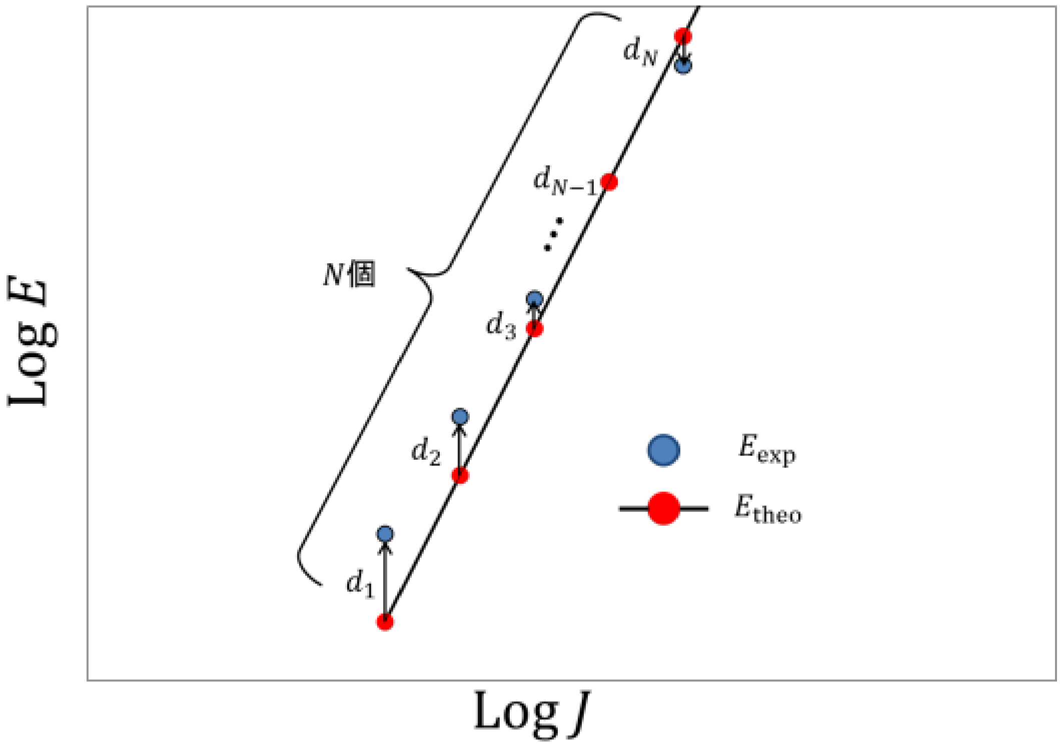

図 2. 1: 実験値と理論値のE-J特性における精度評価の模式図

2.2 ピンニングパラメータの設定

今回推定するピンニングパラメータはA_m、σ^2、γ、mの 4 つである。これらのパラメータは式(1.5)、(1.30)に含まれる変数である。始めに設定したピンニングパラメータの基準点、計算範囲、刻み幅を表 2.1 に示す。

本研究では、ピンニングパラメータの計算範囲を表 2.1 から狭めていき、dの精度を上げていく。また、計算範囲の変更は 2 回行う。

まず始めに、表 2.1 で設定したピンニングパラメータの計算範囲で、図 2.2 のように全てのパラメータの組み合わせごとのdを求める。これを 1 time calculation とする。全てのdの中で最も値が小さいdをd_{min}とする。その時のパラメータの組み合わせを

$$d_{\mathrm{min}} = \left\{A_{\mathrm{m}_{\mathrm{min}}} \times 10^{11}, \sigma_{\mathrm{min}}^2 \times 10^{-2}, \gamma_{\mathrm{min}} \times 10^{-1}, m_{\mathrm{min}}\right\} \tag{2.2}$$

とする。

次に、式(2.2)のピンニングパラメータの組み合わせを基準点とし、計算範囲を一桁落とした時の表を表 2.2 に示す。表 2.2 の計算範囲で計算を行うことを 2 times calculation とする。1 time calculation と同じように最も値が小さいdを求める。これを図 2.3 に示す。求めることができたdをd_{min2}とする。d_{min2}の時のピンニングパラメータの組み合わせを

$$d_{\mathrm{min2}} = \begin{Bmatrix} A_{m_{\mathrm{min2}}} \times 10^{11}, \sigma_{\mathrm{min2}}^2 \times 10^{-2}, \\ \gamma_{\mathrm{min2}} \times 10^{-1}, \quad m_{\mathrm{min2}} \end{Bmatrix} \tag{2.3}$$

とする。

式(2.3)を用いて、ピンニングパラメータの計算範囲を変更する。この時の計算範囲を表 2.3 に示す。この計算範囲を用いて計算を行うことを 3 times calculation とする。1 time calculation、2 time calculation と同じように最も値が小さいdを求める。

表 2.1: 1 time calculation の計算範囲

ピンニングパラメータ	基準点	計算範囲	刻み幅
$\mathrm{Log}_{10}(A_\mathrm{m})$	11	±1.0	0.2
$\sigma^2(\times 10^{-2})$	1.0	±0.5	0.1
$\gamma(\times 10^{-1})$	6.0	±1.0	0.2
m	4.0	±2.0	0.2

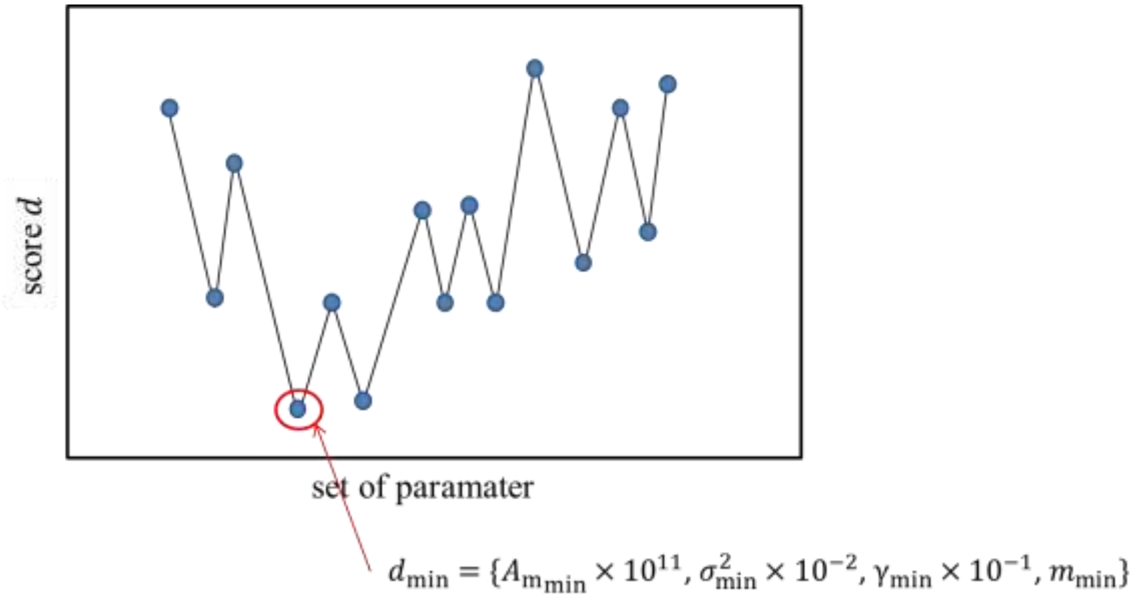

図 2. 2: 全てのパラメータの組み合わせごとの$\boldsymbol{d}$を求め、$\boldsymbol{d}_{\mathbf{min}}$を求める模式図

表 2.2: 2 times calculation の計算範囲

基準点	計算範囲	刻み幅
$\log_{10}(A_{\mathrm{m_{min}}})$	$\log_{10}(A_{\mathrm{m_{min}}} \pm 0.5)$	$\frac{\log_{10}(A_{\mathrm{m_{min}}} + 0.5) - \log_{10}(A_{\mathrm{m_{min}}} - 0.5)}{10}$
$\sigma^2_{\mathrm{min}} \times 10^{-2}$	$(\sigma^2_{\mathrm{min}} \pm 0.05) \times 10^{-2}$	$\frac{(\sigma^2_{\mathrm{min}} + 0.05) \times 10^{-2} - (\sigma^2_{\mathrm{min}} - 0.05) \times 10^{-2}}{10}$
$\gamma_{\mathrm{min}} \times 10^{-1}$	$(\gamma_{\mathrm{min}} \pm 0.5) \times 10^{-1}$	$\frac{(\gamma_{\mathrm{min}} + 0.5) \times 10^{-1} - (\gamma_{\mathrm{min}} - 0.5) \times 10^{-1}}{10}$
m_{min}	$m_{\mathrm{min}} \pm 0.5$	$\frac{(m_{\mathrm{min}} + 0.5) - (m_{\mathrm{min}} - 0.5)}{10}$

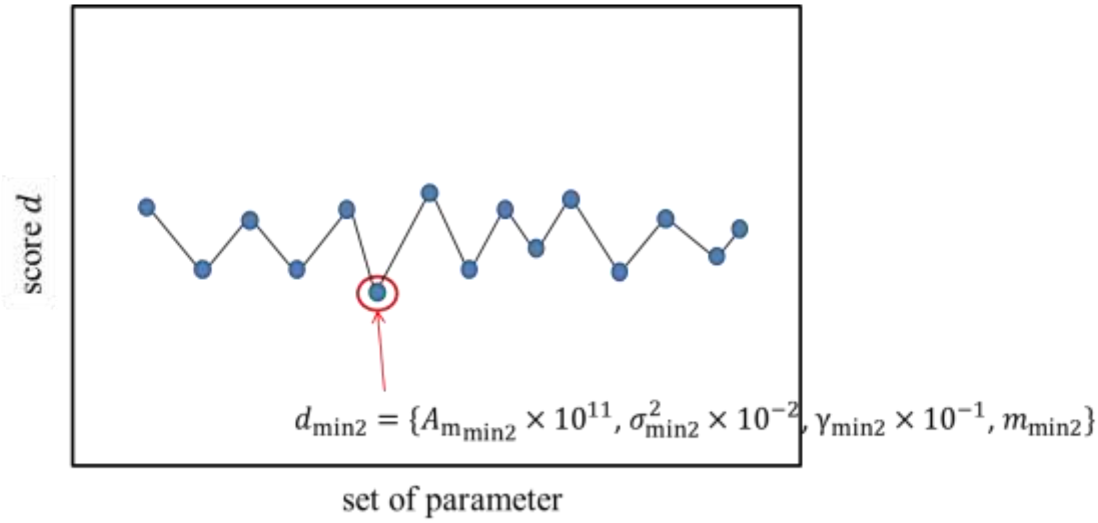

図 2. 3: 全てのパラメータの組み合わせごとの$\boldsymbol{d}$を求め、$\boldsymbol{d_{\mathrm{min2}}}$を求める模式図

表 2.3: 3times calculations の計算範囲

基準点	計算範囲	刻み幅
$\log_{10}(A_{\mathrm{m}_{\mathrm{min2}}})$	$\log_{10}(A_{\mathrm{m}_{\mathrm{min2}}} \pm 0.05)$	$\dfrac{\log_{10}(A_{\mathrm{m}_{\mathrm{min2}}} + 0.05) - \log_{10}(A_{\mathrm{m}_{\mathrm{min2}}} - 0.05)}{10}$
$\sigma_{\mathrm{min2}}^2 \times 10^{-2}$	$(\sigma_{\mathrm{min2}}^2 \pm 0.005) \times 10^{-2}$	$\dfrac{(\sigma_{\mathrm{min2}}^2 + 0.005) \times 10^{-2} - (\sigma_{\mathrm{min2}}^2 - 0.005) \times 10^{-2}}{10}$
$\gamma_{\mathrm{min2}} \times 10^{-1}$	$(\gamma_{\mathrm{min2}} \pm 0.05) \times 10^{-1}$	$\dfrac{(\gamma_{\mathrm{min2}} + 0.05) \times 10^{-1} - (\gamma_{\mathrm{min2}} - 0.05) \times 10^{-1}}{10}$
m_{min2}	$m_{\mathrm{min2}} \pm 0.05$	$\dfrac{(m_{\mathrm{min2}} + 0.05) - (m_{\mathrm{min2}} - 0.05)}{10}$

2.3 計算環境

本研究で使用する計算環境を表 2.2 に示す。

表 2.4: :計算環境

OS	Windows 10 Professional(32-bit)
メインメモリ	4.00 GB
CPU	Intel Core2 Duo E7400
コア数	2
動作周波数	2.80 GHz

2.4　実験データ

本研究では、磁化緩和測定に用いられた超伝導線材を利用し計算を行う。表 2.5 – 表 2.8 に実験に用いられた超伝導線材の諸元、測定環境を示す。

表 2.5、表 2.6 の線材は、国際超電導産業技術研究センター(ISTEC/SRL)によって作製された線材で、$\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$(GdBCO)コート線材にBXOピンを導入したものである[10]。この時、表 2.5 と表 2.6 の線材は臨界温度が異なる。

表 2.7、表 2.8 の線材は住友電気工業株式会社によって作製されたもので、Niクラッド基板上に中間層として$\mathrm{CeO_2}$を積層し、その上に$\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$(GdBCO)超伝導層を積層したものである[6]。また、表 2.7 と表 2.8 の線材は超伝導の厚さと臨界温度がそれぞれ異なる。

表 2.5–表 2.8 の線材をそれぞれ#1– #4 とする。

表 2.5: $\mathbf{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta} + BXO}(\boldsymbol{T_c = 90.3\ K})$

製造会社	ISTEC/SRL	材料	$\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$
測定温度　T	20 K, 30 K	測定磁場	1 T, 2 T, 3 T
0KにおけるB_{c2} $B_{c2}(0)$	100 T	臨界温度	90.3 K
超伝導層の厚さ　t	1.0 μm	ピン形状による定数	6.28
常伝導状態における抵抗率　ρ_0	1.50×10^{-6}	人工ピン	BXO

表 2.6: $\mathbf{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta} + BXO}(\boldsymbol{T_c = 90.5\ K})$

製造会社	ISTEC/SRL	材料	$\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$
測定温度　T	20 K, 30 K	測定磁場	1 T, 2 T, 3 T
0KにおけるB_{c2} $B_{c2}(0)$	100 T	臨界温度	90.5 K
超伝導層の厚さ　t	1.0 μm	ピン形状による定数	6.28
常伝導状態における抵抗率　ρ_0	1.50×10^{-6}	人工ピン	BXO

表 2.7: 中間層として$\mathbf{CeO_2}$を用いた$\mathbf{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$線材($\boldsymbol{t = 1.56\ \mu m}$)

製造会社	住友電気工業	材料	$\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$
測定温度　T	20 K, 40 K	測定磁場	1 T, 2 T, 3 T
0KにおけるB_{c2} $B_{\mathrm{c2}}(0)$	100 T	臨界温度	92.2K
超伝導層の厚さ　t	1.56 μm	ピン形状による定数	6.28
常伝導状態における抵抗率　ρ_0	1.50×10^{-6}	人工ピン	無し

表 2.8: 中間層として$\mathbf{CeO_2}$を用いた$\mathbf{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$線材($\boldsymbol{t = 2.60\ \mu m}$)

製造会社	住友電気工業	材料	$\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$
測定温度　T	20 K, 40 K	測定磁場	1 T, 2 T, 3 T
0KにおけるB_{c2} $B_{\mathrm{c2}}(0)$	100 T	臨界温度	92.5K
超伝導層の厚さ　t	2.60 μm	ピン形状による定数	6.28
常伝導状態における抵抗率　ρ_0	1.50×10^{-6}	人工ピン	無し

..

第 3 章　結果

3.1　GdBCO + BXO線材についての計算結果

積分区間の分割数を 210 にした時の#1、#2 の線材の実験データを元に計算を行った結果と計算時間を表 3.1、表 3.2 に示す。表 3.1、表 3.2 に示されているピンニングパラメータは、dの値が最も低いときのピンニングパラメータの組み合わせである。3 回計算を行った結果、dの値は#1、#2 のどちらとも 1 回計算よりも 60% 近く下がっていることが分かる。しかし、計算時間は#1、#2 どちらとも 1 回計算の 3 倍近く伸びていることが分かる。

図 3.1、図 3.2 に積分区間の分割数を増やした場合のdの推移を示す。本来、積分の分割数は 900 で計算を行っている。しかし、過去の研究より積分区間の分割数を減らしても十分な精度が得られることが分かっている。よって、分割数を 900 までは計算を行わずに分割数$3—210$まで計算を行っている。図 3.1、図 3.2 に示されているように 1 回計算と 2 回、3 回計算とでは全ての分割数において大幅にdが低くなっていることが分かる。

表 3. 1: #1 において計算回数を変更した時のピンニングパラメータ、評価値$\boldsymbol{d}$、計算時間

	Am($\times 10^{11}$)	σ^2($\times 10^{-3}$)	γ($\times 10^{-1}$)	m	d($\times 10^{-2}$)	time [s]
1 time calculation	3.98	6.00	6.40	5.20	6.54	85.6
2 times calculation	3.85	5.80	6.30	5.00	4.10	178
3 times calculation	3.81	5.75	6.33	4.96	3.94	243

表 3. 2: #2 において計算回数を変更した時のピンニングパラメータ、評価値$\boldsymbol{d}$、計算時間

	Am($\times 10^{11}$)	σ^2($\times 10^{-3}$)	γ($\times 10^{-1}$)	m	d($\times 10^{-2}$)	time [s]
1 time calculation	6.31	9.00	6.80	5.20	11.2	82.6
2 times calculation	6.29	8.50	6.50	5.30	7.03	171
3 times calculation	6.23	8.47	6.50	5.26	6.85	234

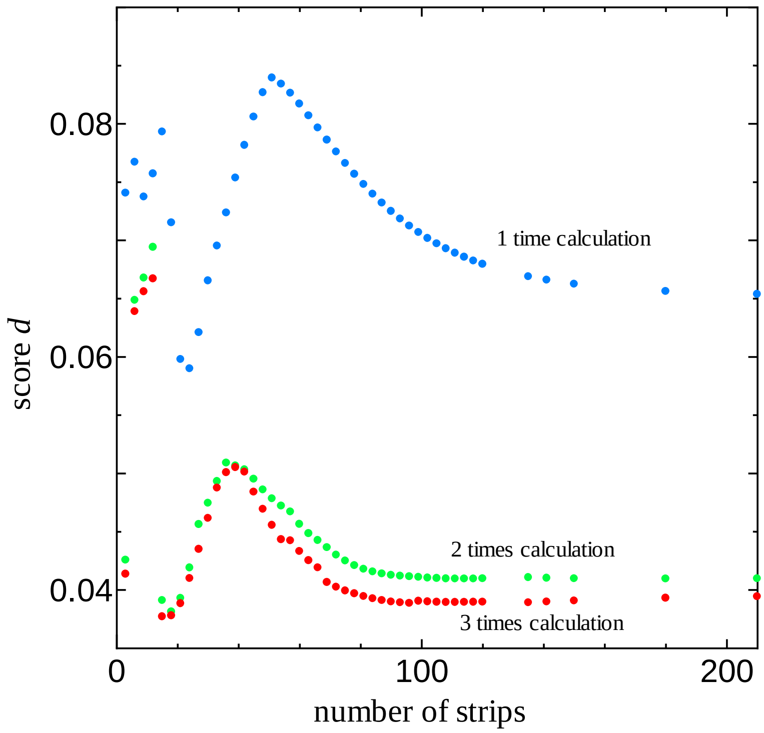

図 3. 1: #1 の線材において計算回数を変更した時の評価値dの分割数依存性

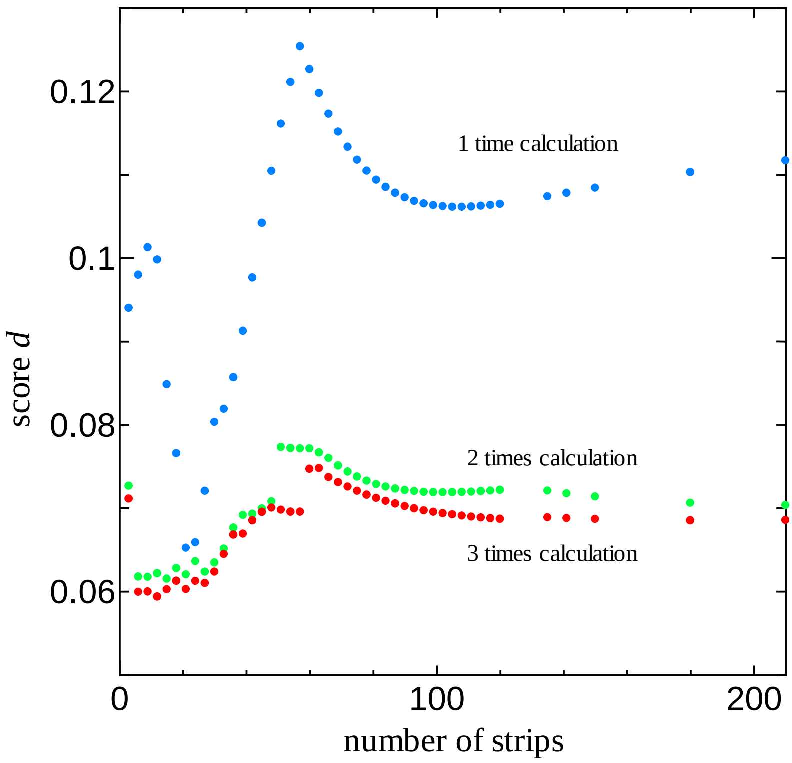

図 3. 2: #2 の線材において計算回数を変更した時の評価値dの分割数依存性

3.2 GdBCO + CeO_2線材についての計算結果

#3、#4 の線材の実験データを元に計算を行った結果と計算時間を表 3.3、表 3.4 に示す。表 3.3、表 3.4 に示されているピンニングパラメータは、dの値が最も低いときのピンニングパラメータの組み合わせである。3 回計算を行った結果、#3のdの値は1/4以下、#4のdの値は1/3近く低くなっていることが分かる。しかし、計算時間はどちらとも 1 回計算の 3 倍近く伸びていることが分かる。このとき、GdBCO + BXO線材と比べて計算時間が 2 倍になっているのは、積分の分割数がGdBCO + BXO線材の場合よりも増えているためである。

図 3.3、図 3.4 に積分区間の分割数を増やした場合のdの推移を示す。分割数900までは計算を行わずに分割数3—510まで計算を行っている。図 3.3、図 3.4 に示されているように 1 回計算と 2 回、3 回計算とでは大幅にdが低くなっていることが分かる。

表 3. 3: #3 において計算回数を変更した時のピンニングパラメータ、評価値d、計算時間

	Am($\times 10^{11}$)	σ^2($\times 10^{-3}$)	γ($\times 10^{-1}$)	m	d($\times 10^{-2}$)	time [s]
1 time calculation	1.00	10.0	6.40	3.60	4.71	161
2 times calculation	0.967	9.10	6.20	3.70	1.64	275
3 times calculation	1.07.	10.5	6.24	3.68	0.913	479

表 3. 4: #4 において計算回数を変更した時のピンニングパラメータ、評価値d、計算時間

	Am($\times 10^{11}$)	σ^2($\times 10^{-3}$)	γ($\times 10^{-1}$)	m	d($\times 10^{-2}$)	time [s]
1 time calculation	1.00	12.0	6.20	3.60	5.96	161
2 times calculation	0.967	11.2	6.20	3.80	1.91	292
3 times calculation	0.975	11.5	6.25	3.75	2.18	446

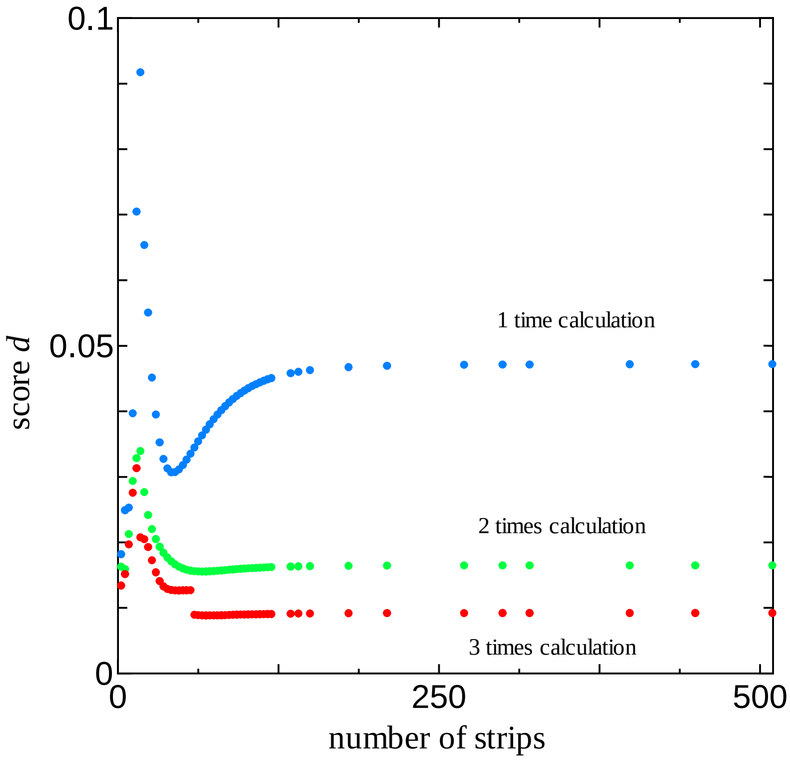

図 3. 3: #3 の線材において計算回数を変更した時の評価値dの分割数依存性

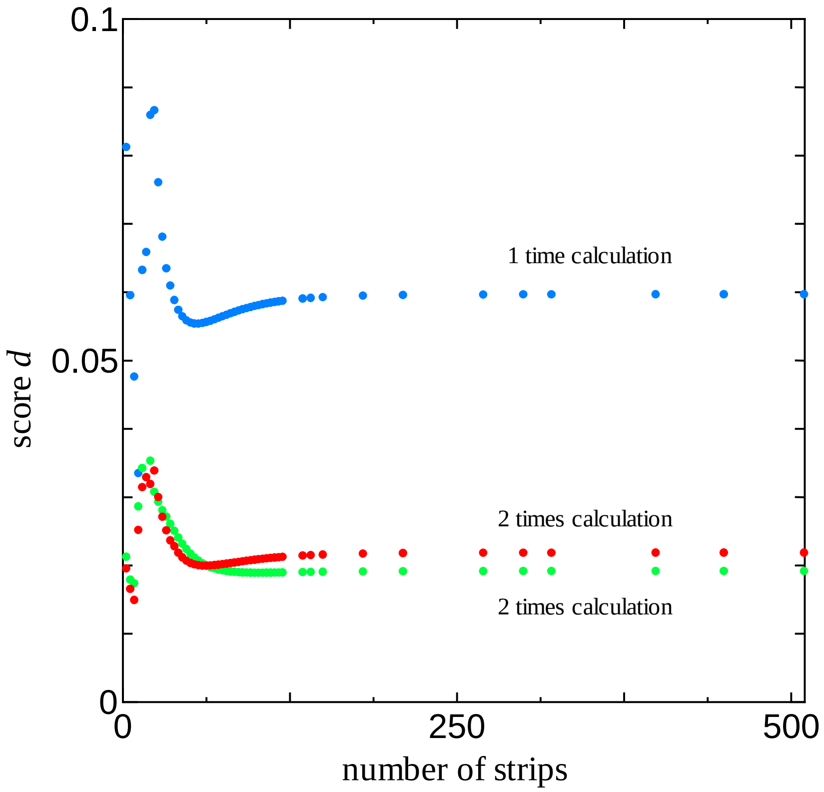

図 3. 4: #4 の線材において計算回数を変更した時の評価値dの分割数依存性

第 4 章　考察

4.1　計算精度について

この節では、計算回数を増やすことで、どれだけ精度が変化するのかを考察していく。

計算精度がどれだけ向上しているかを知るためE-J特性を用いる。dの値が最も低くなった時のピンニングパラメータを用いてE-J特性を求めた。図 4.1–図 4.4 は、#1–#4 の線材の実験データを用いて求められたE-J特性である。それぞれの図には実験データ、1 回計算、2 回計算のE-J特性が示されている。図 4.1–図 4.4 に示すように、1 回計算のE-J特性と比較して、2 回計算のE-J特性は実験データのE-J特性に非常に近いものとなっていることが分かる。このことから、計算回数を 2 回に増やしただけで、計算精度が格段に上がっていると言える。よって、計算精度を向上させるには、始めに計算範囲を広くとって計算を行い、その計算範囲で求められたピンニングパラメータを用いて計算範囲を狭め、もう一度計算するのがよい。

また、図 4.1、図 4.2 と図 4.3、図 4.4 の 2 回計算のE-J特性を比較すると図 4.3、図 4.4 のE-J特性が実験データのE-J特性に非常に近いものとなっていることが分かる。これは、表 3.1–表 3.4 に示されているように表 3.3、表 3.4 のdが表 3.1、表 3.2 のdよりも小さいためである。このことから、計算によって精度の高いE-J特性を得るには、$d = 2 \times 10^{-2}$以下の評価値が必要であることが分かる。

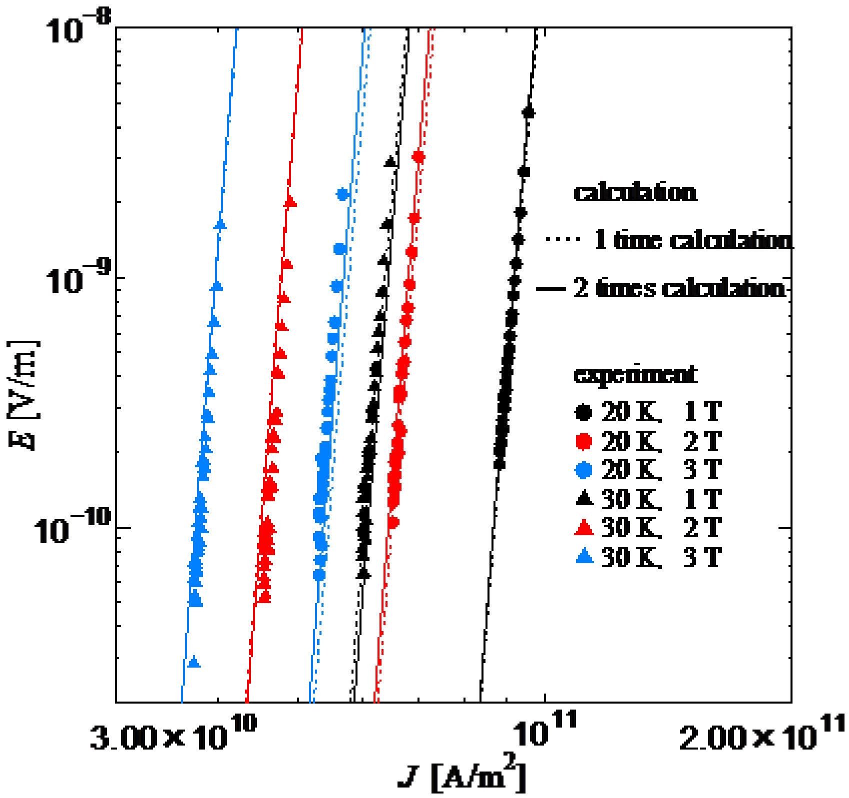

図 4.1: #1 において実験データ、1 回計算、2 回計算から作成した***E*-*J***特性

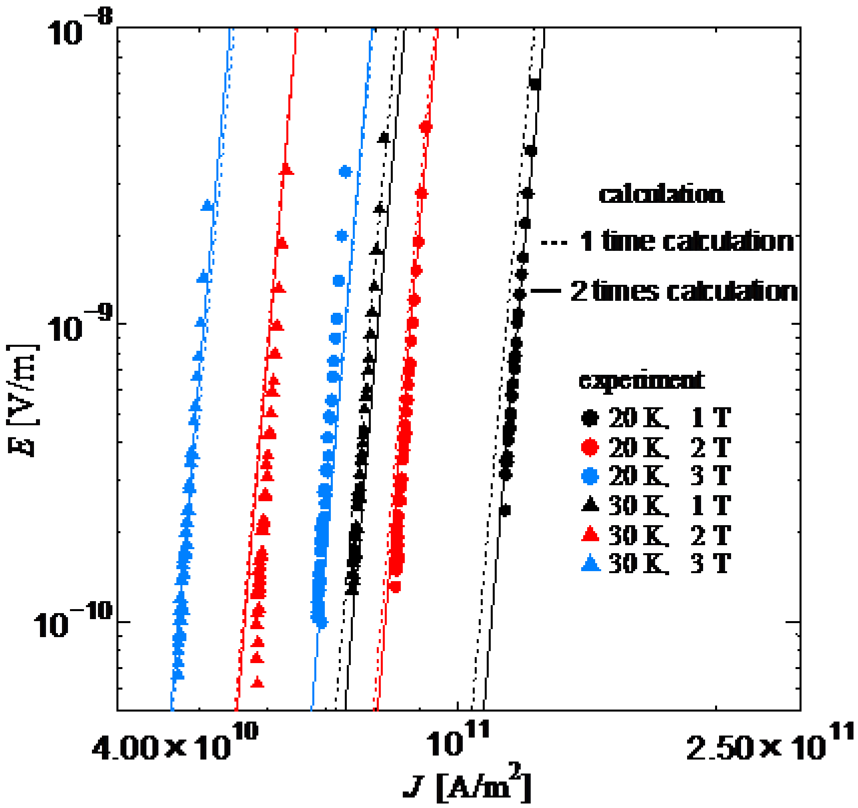

図 4.2: #2 において実験データ、1 回計算、2 回計算から作成した***E*-*J***特性

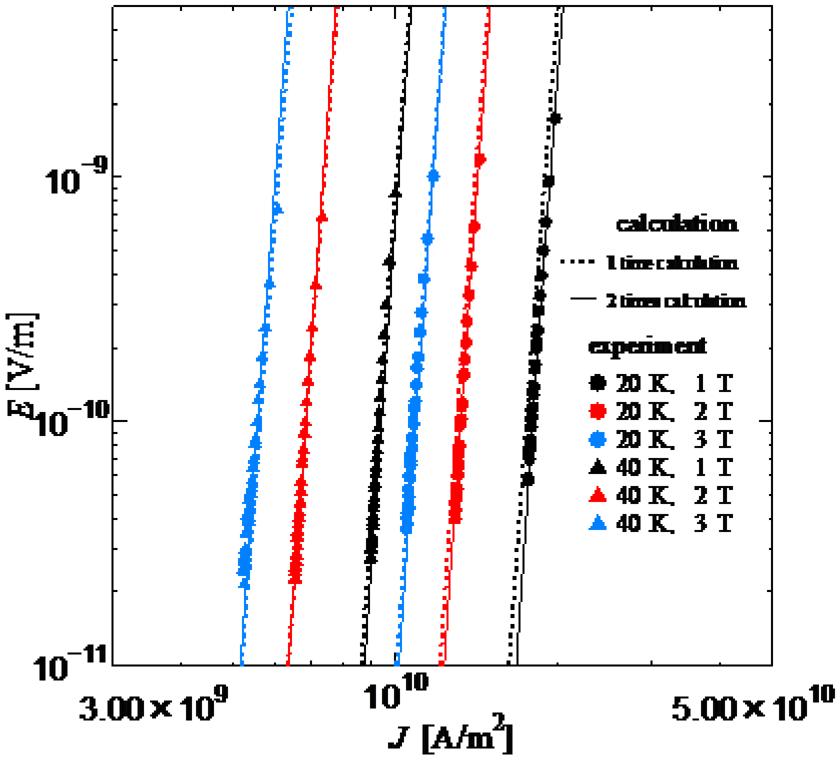

図 4.3: #3 において実験データ、1 回計算、2 回計算から作成したE-J特性

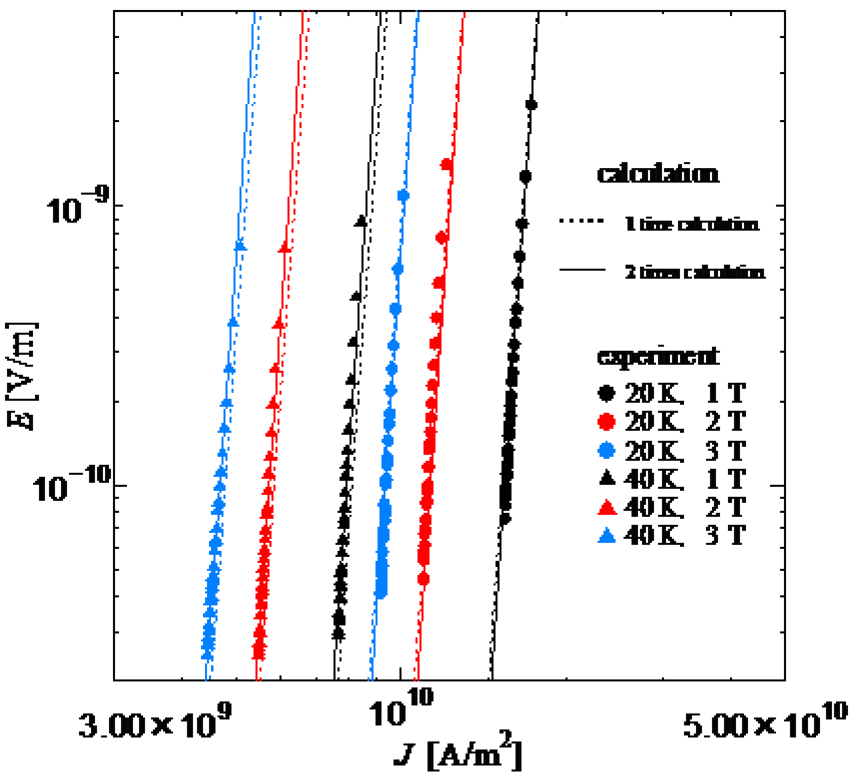

図 4. 4: #4 において実験データ、1 回計算、2 回計算から作成したE-J特性

次に、2回計算と、3回計算ではどれだけ精度が変化するのかを考察していく。図 4.5–図 4.8 は、図 4.1–図 4.4 同様、#1–#4 それぞれの線材の実験データを用いて求められたE-J特性である。それぞれの図には実験データ、2 回計算、3 回計算のE-J特性が示されている。

2 回計算のE-J特性と 3 回計算のE-J特性を比較すると、図 4.5–図 4.8 全てにおいて計算精度はほとんど上がっていないことが分かる。これは、表 3.1–表 3.4 に示されているように、2 回計算の場合のdに比べて、3 回計算の場合のdは約 10%以下しか評価値が小さくなっていないためである。このことから、始めに設定した計算範囲で求められたピンニングパラメータを基準点とし、計算範囲を変更しもう一度計算を行う際は有効桁数 2 桁で十分であることが分かる。

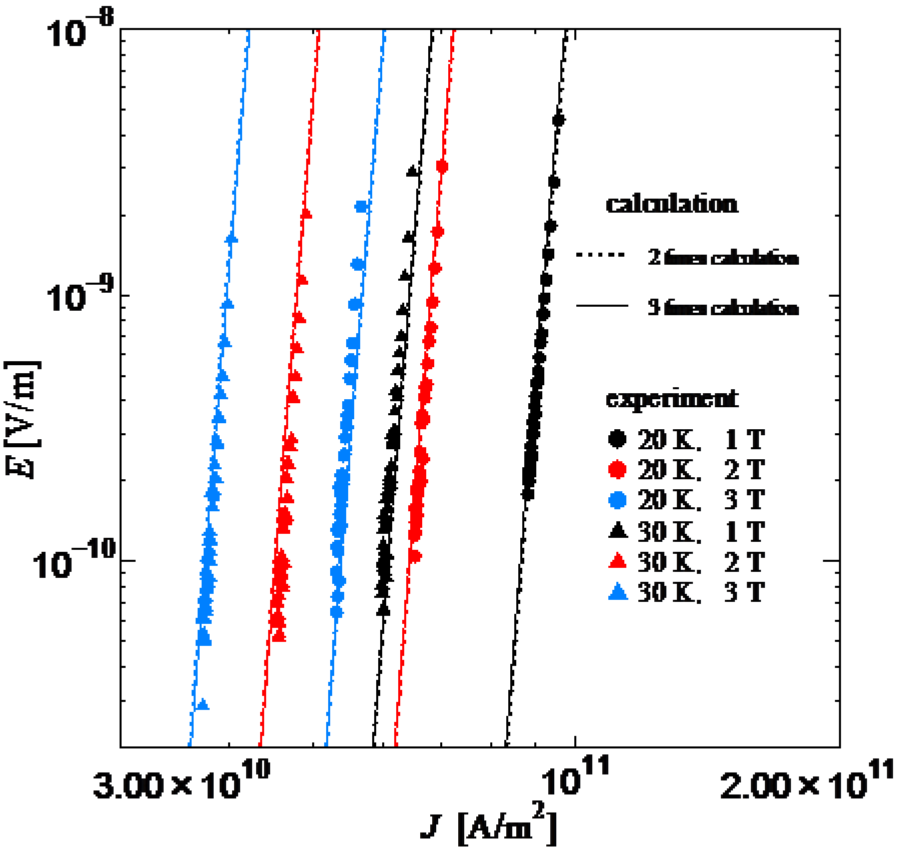

図 4. 5: #1 において実験データ、2 回計算、3 回計算から作成したE-J特性

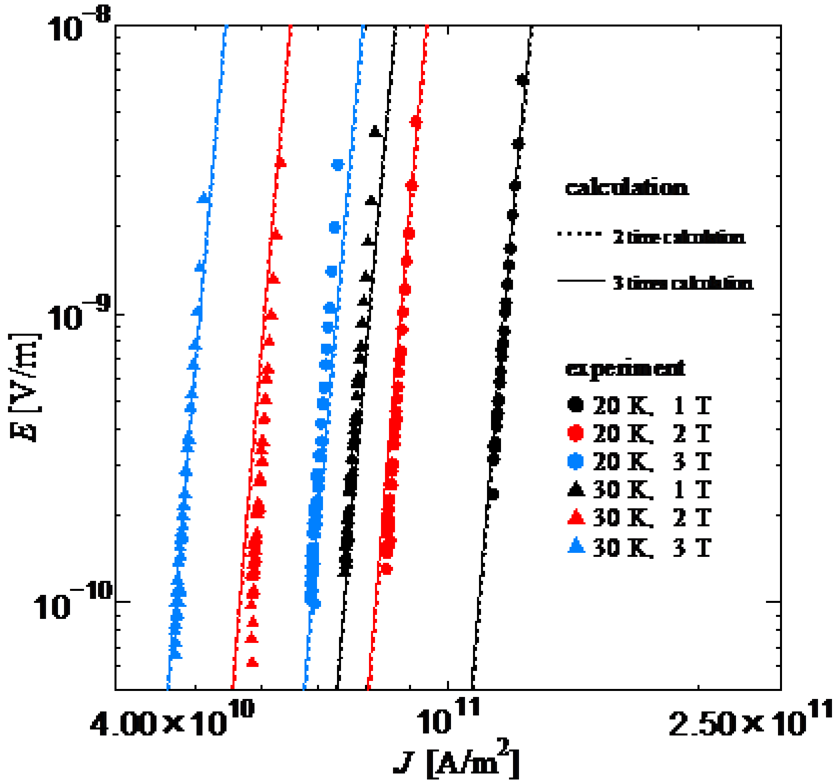

図 4. 6: #2 において実験データ、2 回計算、3 回計算から作成したE-J特性

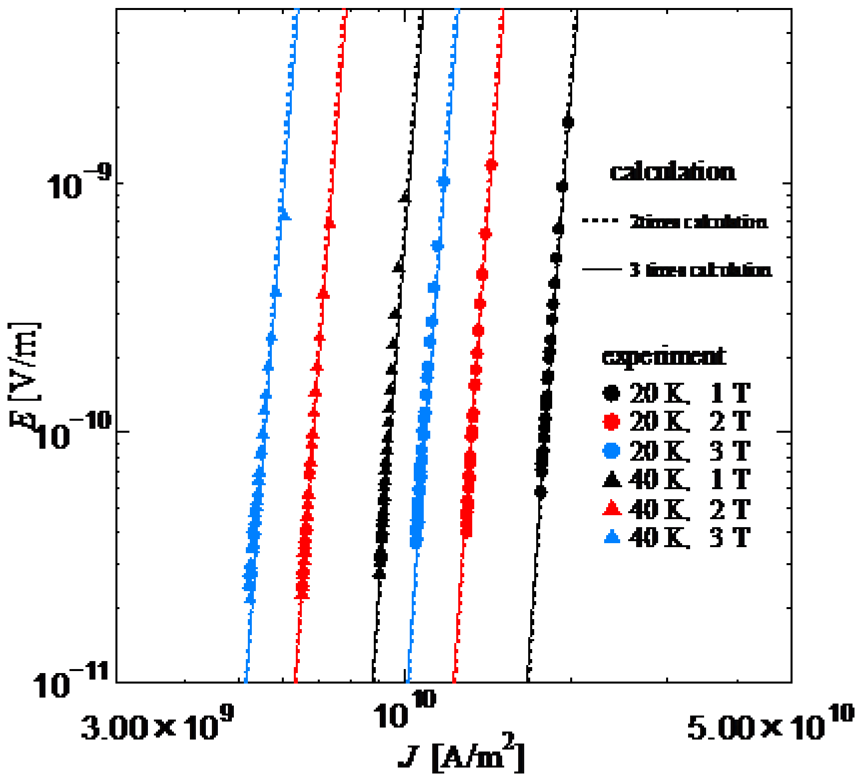

図 4. 7: #3 において実験データ、2 回計算、3 回計算から作成したE-J特性

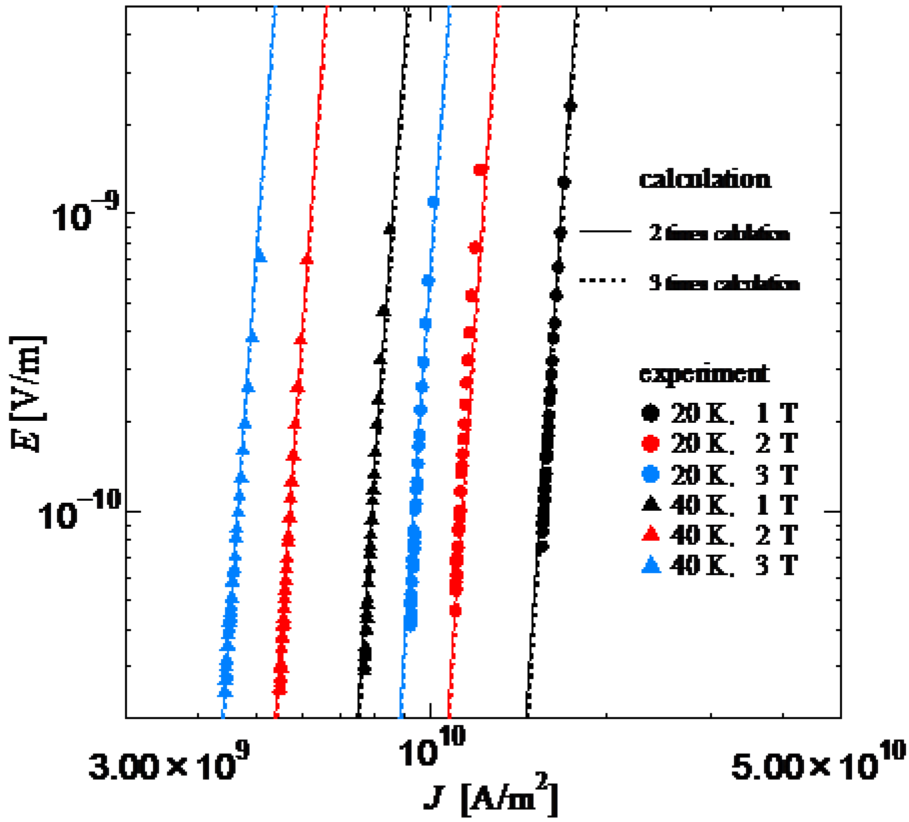

図 4. 8: #4 において実験データ、2 回計算、3 回計算から作成したE-J特性

4.2　計算速度について

図 4.9–図 4.12 に示してあるように、#1–#4 全てにおいて、どの分割数の場合でも計算回数を増やす度に計算時間が 2 倍、3 倍になっていることが分かる。これは、ピンニングパラメータの推定の計算を 2 回、3 回と繰り返しているため、それに伴い計算時間も増加しているためである。

しかし、図 3.1–図 3.4 に示してあるように計算回数を 2 回、3 回と増やした時、分割数をある値まで減らした場合のdの値が、分割数が最大の時のdの値とほとんど変わらないことが分かる。分割数が 210 の時のdの値±5%以内までを許容範囲とする。この$d \pm 5\%$の範囲内で最も低い分割数とその時の計算時間、評価値を表 4.1 に示す。また、$d \pm 5\%$の範囲内で最も低い分割数とその時の計算時間を図 4.9–図 4.12 に赤丸で示す。

表 4.1、図 4.9–図 4.12 より、最大の分割数のdの値±5%以内までを許容範囲とすれば、2 回、3 回計算の分割数を 1 回計算の分割数より大幅に減らすことができる。これにより、計算回数を増やしても 1 回計算より 1.2 倍しか計算時間

が増加しないことが可能になった。

　このことから、計算回数を増やすことで計算時間は 2 倍、3 倍と増加するが、積分範囲の分割数を減らすことで、計算時間をほとんど増加させずに高い精度のデータが得られることが分かる。

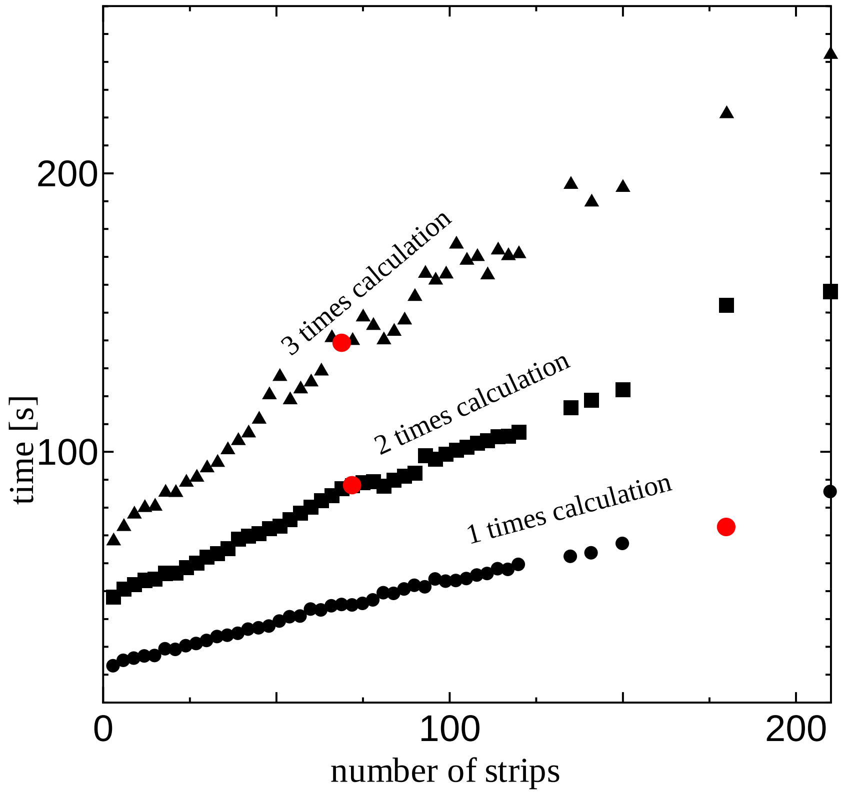

図 4. 9: #1 において分割数を増やしていった時の計算時間の増加。赤丸は最大の分割数のdの値±5%以内までを許容範囲とした時の、最も低くできる分割数。

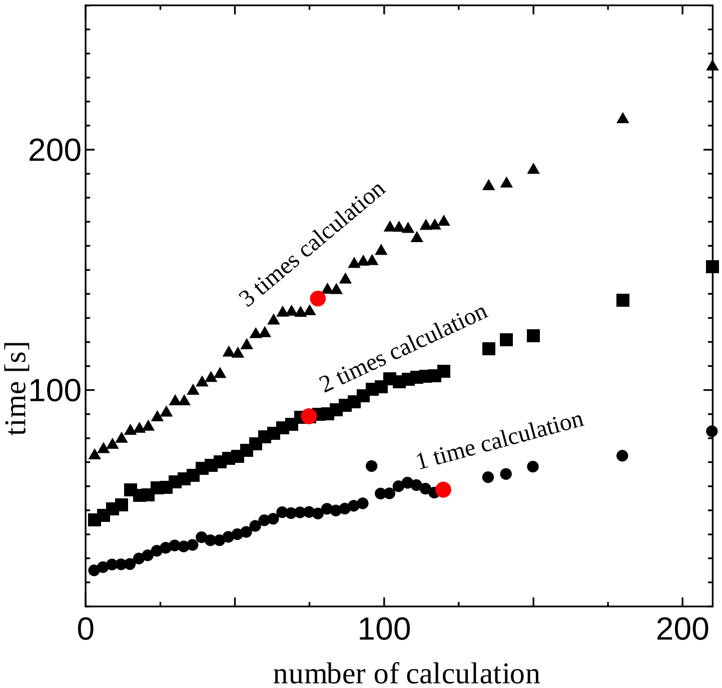

図 4. 10: #2 において分割数を増やしていった時の計算時間の増加。赤丸は最大の分割数の d の値±5%以内までを許容範囲とした時の、最も低くできる分割数。

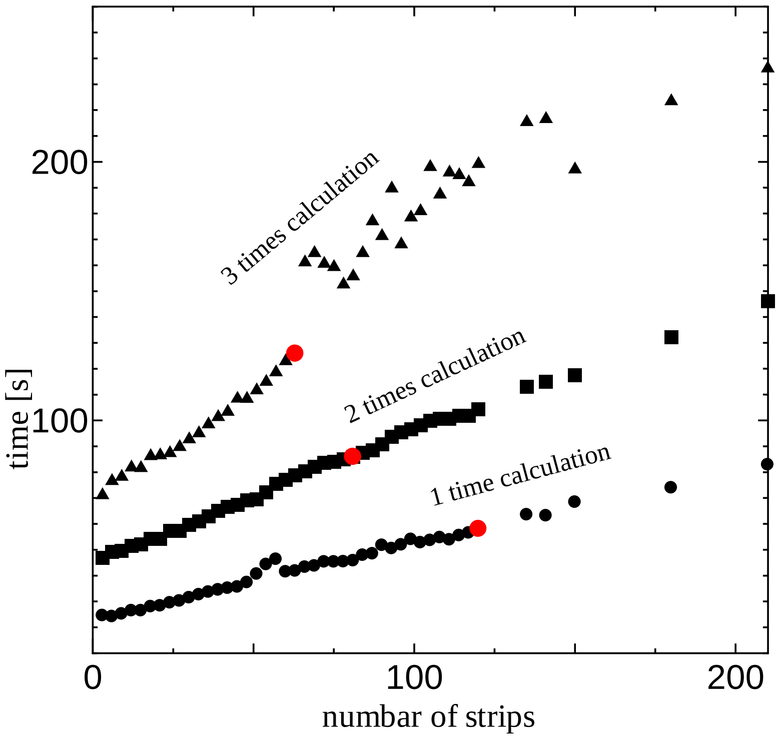

図 4. 11: #3 において分割数を増やしていった時の計算時間の増加。赤丸は最大の分割数の d の値±5%以内までを許容範囲とした時の、最も低くできる分割数。

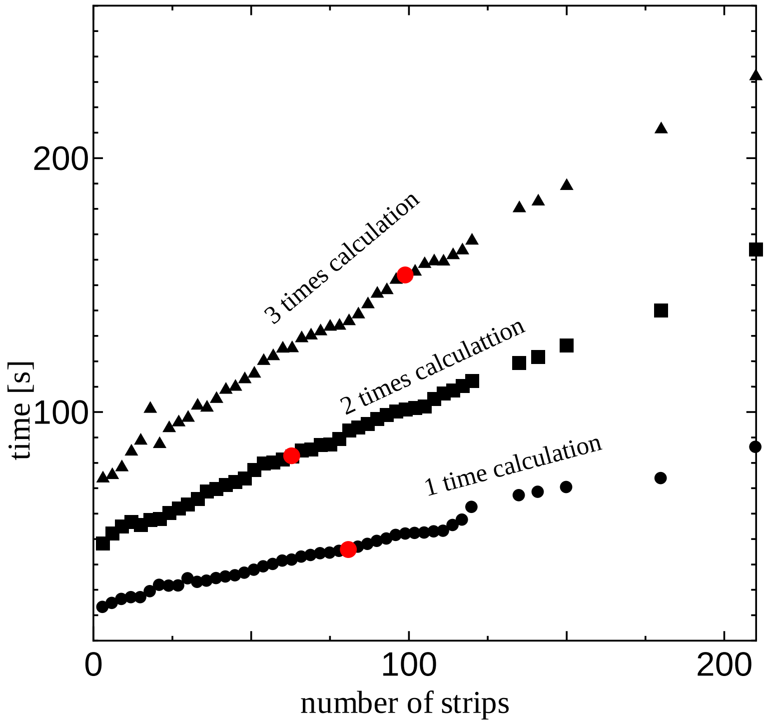

図 4. 12: #3 において分割数を増やしていった時の計算時間の増加。赤丸は最大の分割数の dの値±5%以内までを許容範囲とした時の、最も低くできる分割数。

表 4. 1: 最大の分割数の時の$d \pm 5\%$までを許容範囲とした場合の最も低い分割数と計算時間

experiment	calculation	number of strips	time[s]	$d(\times 10^{-2})$
#1	1 time calculation	180	72.8	6.56
	2 times calculation	72	87.8	4.30
	3 times calculation	69	139	4.07
#2	1 time calculation	120	58.4	10.6
	2 times calculation	75	88.9	7.37
	3 times calculation	78	138	7.16
#3	1 time calculation	120	58	4.50
	2 times calculation	81	85.9	1.56
	3 times calculation	63	126	0.88
#4	1 time calculation	81	45.7	5.68
	2 times calculation	63	82.6	1.99
	3 times calculation	99	153	2.08

第 5 章　まとめ

E-J特性を理論的に求めるモデルとして磁束クリープ・フローモデルがある。磁束クリープ・フローモデルを利用する際、ピンニングパラメータの推定が重要である。本研究ではピンニングパラメータの計算範囲を変更していき、計算速度を落とさずに計算精度を向上させるという目的で研究を行った。

ピンニングパラメータの推定にはメッシュ法を用いた。メッシュ法を利用する際、計算範囲を設定するが、本研究では複数回この計算範囲を変更していくことで、精度の高いデータを得られるようにした。

その結果、1 回計算と比較して、2 回計算、3 回計算では大幅に計算精度が上昇した。また、計算範囲の変更を行いもう一度計算を行う際、計算範囲は有効数字 2 桁、2 回計算で十分であることも確認することができた。

計算速度については、ピンニングパラメータの推定の計算を 2 回、3 回と繰り返しているため、それに伴い計算時間も増加してしまう。しかし、2 回計算、3 回計算の場合は積分範囲の分割数を減らしてもdの値は分割数が多い場合とほとんど変わらない状態となった。

よって、計算回数を 2 回に増やすことで分割数を減らすことができ、計算速度をあまり増加させずに計算精度を上昇させることが可能となった。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多大なご指導と助言をして頂いた、
国立大学法人　九州工業大学　大学院情報工学研究院　電子情報工学研究系 エレクトロニクス分野　教授　小田部荘司先生には、深く御礼申し上げます。小田部先生には、研究に関する指導のみならず、社会人としての常識などを御教授いただきました、深く感謝申し上げます。

国立大学法人　九州工業大学　大学院情報工学研究院　電子情報工学研究系 エレクトロニクス分野　准教授　木内勝先生には、研究に関する物理知識のみならず、研究者としての心構えを御教授いただきました。深く御礼申し上げます。

先端情報工学専攻　修士 2 年生増田嘉道先輩、同専攻　藤原研究室　修士 2 年生手嶋啓貴先輩にはプログラムの高速化や計算精度を上げる方法など様々な助言をいただきました。深く感謝いたします。

最後に、研究において有意義な助言や激励の言葉をかけてくださった小田部研究室、木内研究室の皆様には深く感謝申し上げます。

参考文献

[1] 増田嘉道「最急降下法を用いた超伝導体の電界 - 電流密度特性評価の検討」九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文（2014）

[2] 姫木携造「超伝導MgB_2における磁束ピンニング特性」　九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文（2007）

[3] 松下照男、「磁束ピンニングと電磁現象」、産業図書（1994）

[4] T. Takizawa, M. Murakami: Critical Currents in Superconductors: Fuzambo International (2005)

[5] 富岡大貴「メッシュ法を用いた超伝導体の電界 - 電流密度特性の数値計算」九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文（2015）

[6] 藤原友作「PLD 法により作製された GdBCO 超伝導コート線材の低温度領域における磁化緩和特性」　九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文 (2014)

[7] K. Yamafuji, T. Fujiyoshi, K. Toko, T. Matsusita: Physica C159 (1989) 743

[8] D. O. Welch: IEEE Trans. Magn. 27 (1991) 1133.

[9] T. Matsusita: Physica C 217 (1997) 2039

[10]永水隼人「$BaHfO_3$ピンを導入した PLD 法$GdBa_2Cu_3O_X$超伝導線材の臨界電流密度特性」九州工業大学情報府情報システム専攻修士論文（2013）